文章编号:1000-4939(2023)03-0636-07

可调热膨胀系数的复合材料层合结构预测与设计

吴欣歌[1],何智海[1],赵思宇[2],黄栩浩[2,3]

(1. 绍兴文理学院土木工程学院,312000 绍兴;2. 宁波大学机械工程与力学学院,冲击与安全工程教育部重点实验室,315211 宁波;3. 浙江省城市轨道交通智能运维技术与装备重点实验室,321004 金华)

摘 要:本研究基于层合结构理论,提出了复合材料层合结构等效热膨胀系数预测模型。该模型既适用于对称铺设层合结构,也适用于反对称层合结构的等效热胀系数预测。同时,以碳纳米管增强复合材料层合结构为研究对象,针对反对称角铺设类型,对其等效热胀系数进行计算。计算结果显示,由于层间拉伸-弯曲-剪切耦合效应的影响,采用特定的铺设角度如$(35/-35)_{3T}$,$(55/-55)_{3T}$,碳纳米管层合结构能够在整体上呈现负热膨胀特性。这不但拓展了该类结构的服役工况,也为负热膨胀结构设计提供新的设计思路。

关键词:等效热膨胀系数;解析模型;碳纳米管增强层合结构;负热膨胀系数

中图分类号:V214.8 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.016

Prediction and design of composite laminate with adjustable thermal expansion coefficient

WU Xinge[1], HE Zhihai[1], ZHAO Siyu[2], HUANG Xuhao[2,3]

(1. College of Civil Engineering, Shaoxing University, 312000 Shaoxing, China; 2. Key Laboratory of Impact and Safety Engineering, Ministry of Education/Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, 315211 Ningbo, China; 3. Key Laboratory of Urban Rail Transit Intelligent Operation and Maintenance Technology & Equipment of Zhejiang Province, 321004 Jinhua, China)

Abstract: In the current work, based on the classical lamination theory, an analytical model of the effective thermal expasion coefficient of the composite laminate is proposed. This model is applicable to the prediction of thermal expasion coefficients of both symmetric angle-lay laminate and asymmetric laminate. Meanwhile, taking the carbon nanotube-reinforced composite (CNTRC) laminate as an example, the effective thermal expansion coefficient is predicted for the antisymmetrical lamination angle. The calculation results show that due to the influence of the layer tensile-bending-shear coupling effect, CNTRC laminate can exhibit a negative thermal expansion (NTE) by choosing specific lamination angle such as $(35/-35)_{3T}$ and $(55/-55)_{3T}$. This not only expands the application of functionally graded CNTRC structures but also pro-

收稿日期:2022-01-11 **修回日期**:2022-06-01
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 12102214, 51602198);浙江省自然科学基金资助项目(No. LY20E020006);宁波市自然科学基金资助项目(No. 022J128);浙江省新苗人才计划资助项目(No. 2022R405A017)
通信作者:黄栩浩,博士,助理研究员。E-mail:huangxuhao@nbu.edu.cn
引用格式:吴欣歌,何智海,赵思宇,等. 可调热膨胀系数的复合材料层合结构预测与设计[J]. 应用力学学报, 2023,40(3):636-642.
WU Xinge, HE Zhihai, ZHAO Siyu, et al. Prediction and design of composite laminate with adjustable thermal expansion coefficient[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023,40(3):636-642.

vides new ideas for the design of the structure with NTE.
Key words: effective thermal expansion coefficient; analytical model; carbon nanotube-reinforced composite laminate; negative thermal expansion

自然界中大多数固体材料在加热时会发生膨胀效应，也称为正膨胀（positive thermal expasion，PTE）。假如材料具备负热膨胀（negative thermal expasion，NTE）效应则会在高温环境中呈现收缩反常规现象。早期生活中观察到的负热膨胀材料，如β-锂霞石硅酸盐（$LiAlSiO_4$）[1]。1907 年，SCHEEL[2]首次通过石英或石英玻璃报道了负热膨胀现象。随后 NTE 的概念也只是偶然被相关报道提及直到 1990 年后材料负热膨胀效应才引起科学家的关注，相关的研究也随着快速增多[3]。利用这种特殊的效应，可避免结构在高温环境下由于热应力导致的刚度下降，从而进一步提升结构服役寿命。因此，该类结构材料在航空航天、能源和土木等领域抵抗热失效起到重要作用[4]。

热收缩结构的设计除了采用小尺度负热膨胀系数材料制备之外，还可以通过 3D 打印金属材料的方法设计蜂窝结构或点阵结构使其整体呈现负热膨胀效应。除此之外，研究人员还针对各向异性复合材料层合结构进行整体等效性能设计。通常复合材料层合结构单层的材料属性并不具备负热膨胀效应，但通过使用显著的各项异性材料并设计铺设层序与角度最终可以使结构从整体呈现负热膨胀效应。因此层合结构的等效热膨胀系数主要依赖其材料组成，铺设角度排布与基体材料特性。

全球研究人员对复合材料层合结构等效热膨胀特性展开了相关的研究。对于单层复合材料，其热膨胀系数主要取决于其基体与基质的热膨胀属性及各自所占的比例。通过细观力学模型[5]则可获得单层材料的热膨胀系数，然而对于多层的结构则需采用层合结构本构方程推导出结构等效热膨胀系数计算公式。KELLY 等[6]推导出对称铺设层合结构等效热膨胀系数计算公式，并以$[\pm\theta]_s$结构为例讨论其膨胀系数随角度变化的关系。LIM[7]考虑复合材料的赖温性质，计算不同温度下复合材料层合结构等效热膨胀系数与温度的变化关系。除了理论模型外，还可采用数值方法或实验技术获得结构热胀系数。ROMANOWICZ[8]利用有限元软件建立纤维与基体相互作用的层合结构精细化模型并采用体单元表征了层合结构的等效工程常数。邱雪琼等[9]利用热机械分析和剪切散斑干涉两种方法测试了不同铺层的 T800 级碳纤维增强复合材料层合结构热膨胀系数。李炎龙等[10]将迈克尔干涉仪原理与单片机控制原理结合运用设计了一种智能材料热膨胀系数测量仪，可用于复合材料热胀系数测量。然而现有的等效热膨胀系数预测模型只考虑对称铺设工况，无法适用于铺设角度或构型非对称的层合结构热膨胀性能的预测。除了复合材料层合结构以外，3D 打印技术也是制备具有负热膨胀效应超结构的重要途径。WEI 等[11]采用 3D 桁架结构设计负热膨胀结构。王帅等[12]采用渐近均匀方法计算周期性点阵结构等效热膨胀系数。WEI 等[13]采用多胞状单元制备了具备负泊松比与负热膨胀系数的超结构材料。与复合材料结构不同，蜂窝结构其等效材料参数需通过考虑结构受力变形后位移换算应变计算获得。

除了上述讨论的关于负热膨胀结构设计以外，研究人员还对负热膨胀效应对高温环境下结构整体力学性能展开研究。皇家墨尔本大学杨杰教授团队[14]首次将折纸或波浪型石墨片引入基体作为增强复合材料并设计具有负热膨胀系数的层合梁，且基于欧拉-伯努利梁模型分析发现，负热膨胀效应能够较好地提升梁的抗热屈曲性能。

上述负热膨胀材料结构设计主要以碳纤维增强材料或以 3D 打印金属材料为主。随着服役工况需求的不断提高，材料与结构的特性也愈发趋于高强度低重量，这也使得更多新型结构材料被开发与运用至对应的工况中。开发材料结构新功能成为众多研究人员的首要目标。其中，碳纳米管增强复合材料结构热力学性能吸引了科研者对其展开研究[15-16]。在复合材料结构领域，SHEN[17-18]首次将功能梯度（functionally graded，FG）概念与碳纳米管增强层合结构相结合并展开了一系列结构性能的分析。关于功能梯度复合材料结构，国内外学者对不同形式的梁[19]、板[20-21]、壳[22]展开了系统的研究。针对不同的工况，研究人员分析了 FG-CNTRC 的热后屈曲[23-26]、热振动[27-28]以及高温环境下动力响应[29-31]等行为。

上述针对热环境下 FG-CNTRC 结构力学分析表

明，热应力对于结构的静、动态响应影响明显。如何避免热应力对结构造成损伤成为结构设计不可避免的问题。本研究基于三维层合结构本构方程，推导了任意铺设角度与梯度构型的层合结构等效热膨胀系数计算公式。以碳纳米管增强复合材料为例设计了具有负热膨胀效应的层合结构并阐明其负热膨胀机制，这为结构高温下安全服役提供了新的设计思路。

1　层合结构等效热膨胀系数模型

确保与提升构件在高温环境中服役安全性能与寿命是结构设计的首要任务。研究人员过往通过添加耐高温材料从而达到提升结构整体的耐高温性能的目的。本研究以高温环境中结构受力特性为出发点，通过消除温差引起的热应力从而达到提升结构高温服役性能的目的。对于复合材料结构，利用其自身显著的各向异性与层间变形协调等条件设计热膨胀系数为零或是负值是具有可行性的。本节提出层合结构等效热膨胀模型，并推导其计算公式，从而为寻求具有负热膨胀系数结构奠定基础。

首先，设定层合结构坐标系如图 1 所示，坐标轴命名为 X-Y-Z，其中 X-Y 设定在中间层，Z 轴沿着结构厚度方向，X 轴则对应纤维的长度方向（对应的弹性模量 E_{11}）。同时，将增强材料的铺设方向与 X 轴的夹角定义为角度（θ）。因此，单层 θ 值的变化则可引起结构整体性能变化，这也为结构热收缩效应实现提供理论的基础。

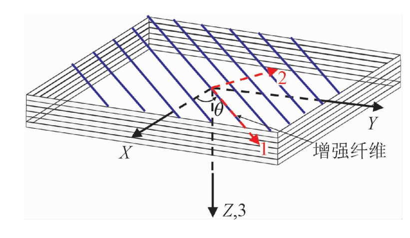


图 1　材料铺设方向（1′,2′,3′）与参考坐标系（X,Y,Z）

Fig. 1　The laying directions (1′,2′,3′) of materials, and the reference axis (X,Y,Z) of the laminate

基于三维层合理论，广义的热载荷与热应变与曲率之间关系可由以下矩阵形式表示

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}$ 与 $\boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}}$ 则分别为热应力引起热应变与热曲率；$\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}$ 与 $\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}$ 分别表示热载荷与热弯矩，且

$$[\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}] = \sum_{k=1}^{N} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{22}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{12}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}_k (1, Z^2) \Delta T \mathrm{d}Z,$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{22}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{12}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{11} \\ \bar{\alpha}_{22} \\ \bar{\alpha}_{12} \end{bmatrix}_k,$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{11} \\ \bar{\alpha}_{22} \\ \bar{\alpha}_{12} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 \\ s^2 & c^2 \\ 2cs & -2cs \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中：$\boldsymbol{A}$ 为拉伸刚度矩阵；$\boldsymbol{B}$ 为拉伸-弯曲耦合刚度矩阵；$\boldsymbol{D}$ 为弯曲矩阵，具体计算公式可见文献[32]。

对式(1)进行求逆可转变为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}' & \boldsymbol{B}' \\ \boldsymbol{C}' & \boldsymbol{D}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中相应的刚度阵可表示为

$$\boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A}^* - \boldsymbol{B}^* \boldsymbol{D}^{*-1} \boldsymbol{C}^* = \boldsymbol{A}^* + \boldsymbol{B}^* \boldsymbol{D}^{*-1} \boldsymbol{B}^{*\mathrm{t}},$$
$$\boldsymbol{B}' = \boldsymbol{D}^{*-1} \boldsymbol{B}^{*\mathrm{t}}, \boldsymbol{C}' = \boldsymbol{B}'^{\mathrm{t}}, \boldsymbol{D}' = \boldsymbol{D}^{*-1},$$
$$\boldsymbol{A}^* = \boldsymbol{A}^{-1}, \boldsymbol{B}^* = -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B},$$
$$\boldsymbol{C}^* = (-\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{D}^* = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^* \tag{4}$$

根据材料的膨胀特性，在温差为 ΔT 情况下热应变可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\alpha}^e \Delta T = [\alpha_{11}^e \quad \alpha_{22}^e \quad \alpha_{12}^e]^{\mathrm{T}} \Delta T \tag{5}$$

式中 α_{ij}^e（$i, j = 1,2$）为层合结构面内方向等效热膨胀系数，联立公式(2)与(4)可得等效热膨胀系数表达式为

$$\boldsymbol{\alpha}^e \Delta T = \boldsymbol{A}' \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}' \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

2　负热膨胀层合结构设计

负热膨胀层合结构设计思路是利用式(6)计算不同碳纳米管(carbon nanotube, CNT)铺设角度对应的等效热膨胀系数并寻求其幅值为负值的铺设构型。在此前，先对热膨胀系数预测模型进行校验。选取 KELLY[6] 报道[$\pm\theta$]$_S$对称铺设结构，θ 的取值范围为[0° ~ 90°]。材料参数为 E_{11} = 43.09 GPa，$E_{22} = E_{33}$ = 12.41 GPa，$G_{12} = G_{13}$ = 4.47 GPa，G_{23} = 8.2 GPa，$\nu_{12} = \nu_{13}$ = 0.289，ν_{23} = 0.402，$\alpha_{11} = 7.08 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$，$\alpha_{22} = 2.82 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$。如图 2 所示，本模型与对比算例等效热膨胀值吻合。因此，等效热膨

胀系数计算公式可用于热收缩结构设计。

对于 CNT 增强复合材料层合结构而言，在外力作用下，单层变形会随铺设构型变化而变化。由于层间为理想层接，不考虑分层裂纹，因此热应力作用下由于变形协调的要求则可因为拉伸－剪切的作用而导致热收缩现象而非热膨胀。

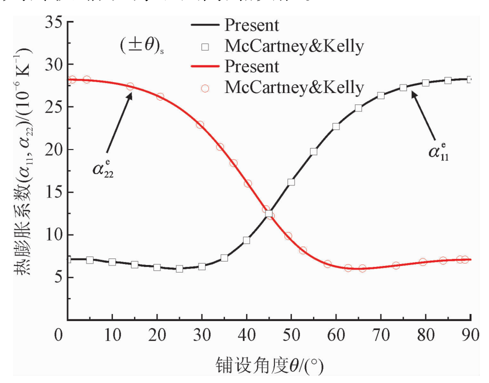


图 2　等效热膨胀系数比较

Fig. 2　Comparison of effective coefficient of thermal expansion

本研究将负热膨胀效应与功能梯度两者相结合，根据 CNT 含量在 Z 轴方向的变化可定义为 FG-Λ、FG-V、FG-O、FG-X，4 种类型。均等分布类型（Uniform distribution，UD）则为常规分布形式作为对比算例。4 种构型如图 3 所示，FG-Λ 表示 CNT 分布在 Z 轴方向递减构成金字塔形分布。FG-V 分布则与 FG-Λ 相反呈倒金字塔形状分布。FG-Λ 与 FG-V 皆为非对称构型，而 UD、FG-X 与 FG-O 则为对称的构型。FG-X 其几何中面的两层 CNT 含量最少并沿上下层递增。FG-O 构型则与 FG-X 相反。UD 与其它不同梯度构型皆为 6 层且 CNT 总含量相等。单层的 CNT 体积含量如图 3 所示。

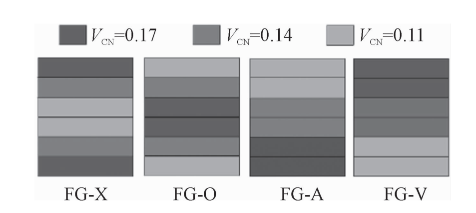


图 3　碳纳米管功能梯度层合结构梯度分布

Fig. 3　Configurations of FG-CNTRC laminates

对于碳纳米管增强的复合材料的材料参数可由 SHEN[17] 提出的基于分子动力学修正的细观力学模型计算得到，计算公式

$$E_{11}=\eta_1 V_{CN}E_{11}^{CN}+V_m E^m,\ \frac{\eta_2}{E_{22}}=\frac{V_{CN}}{E_{22}^{CN}}+\frac{V_m}{E^m},$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}}=\frac{V_{CN}}{G_{12}^{CN}}+\frac{V_m}{G_m},\ v_{12}=V_{CN}v_{12}^{CN}+V_m v^m \qquad (7)$$

式中：上下标为“CN”或“m”分别对应碳纳米管与基体（环氧树脂）；E_{ij}（$ij=11,22$）与 G_{12} 分别为弹性模量与剪切模量；V_{CN} 与 V_m 则为体积含量；各类参数值可见文献[33]。式（3）计算值如附录表 A1 所示。

基于式（6）可计算 CNT 铺设角度对等效热膨胀系数的影响。这里选取(θ_1)、$(\pm\theta_1)_T$与$(\pm\theta_1)_{3T}$进行分析，其中将$(\pm\theta_1)_{3T}$的热膨胀系数与数值方法计算结果进行对比，结果吻合。如图 4 所示，对于采用(θ_1)铺设的层合结构，热膨胀系数 α_{11}^e 与 α_{22}^e 在 0～90°区间范围皆为正值。然而，随着-θ_1 角度的引入，如$(\pm\theta_1)_T$与$(\pm\theta_1)_{3T}$两类铺设结构则在一定的铺设角度范围呈现出负热膨胀系数的现象。这说明了随着拉伸-弯曲以及层间的剪切效应作用的增强，结构能呈现出负热膨胀效应。对于不同梯度构型以及考虑温度对于热胀效应的影响，我们选用$(\pm\theta_1)_{3T}$进行讨论。

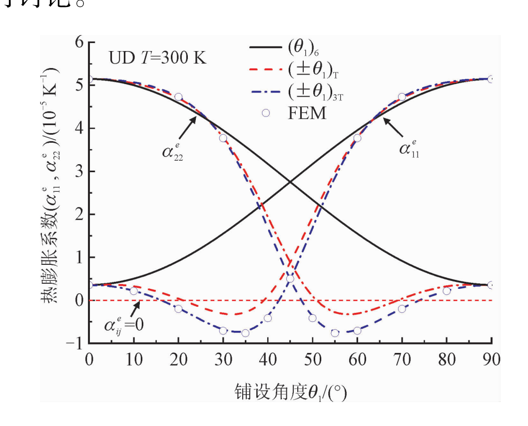


图 4　不同角铺设层合结构等效热膨胀系数

Fig. 4　Effective thermal expansion coefficient for (θ_1), $(\pm\theta_1)_T$, and $(\pm\theta_1)_{3T}$ laminates

图 5（a）中对比不同梯度构型热膨胀系数。观察可以发现，在 0°或 90°，FG-V 与 FG-Λ 与 UD 的热膨胀系数差异较大，而 FG-X 与 FG-O 与 UD 的值则比较接近。另外，随着角度的变化与 α_{11}^e 与 α_{22}^e 的值的减小，4 种梯度构型与 UD 对应的热膨胀系数越发接近。在 $\theta_1=45°$ 的位置最为接近，这是因为$(\pm45)_{3T}$层合结构在长度方向与宽度方向的性能趋于一致。热膨胀系数（α_{11}^e 与 α_{22}^e）为负值的区域位于 15°～42°与 48°～75°区间。为了获得最为显著的负热膨胀效应，可将铺设角度分别选取为$(35/-35)_{3T}$与$(55/-55)_{3T}$。

上述讨论了只针对室温（$T=300$ K）情况，由于 CNT 与环氧树脂都具有赖温性，因此有必要考虑不同温度对构件等效热膨胀系数的影响。这里考虑温

度范围为 300 ~ 500 K,等效热膨胀系数曲线如图 5(b)所示。对比可以发现,α_{11}^e 与 α_{22}^e 越趋近最大值,3 种温度对应的热膨胀系数差异越明显且膨胀系数大小与温度成正比。明显可以发现与不同梯度-等效热膨胀系数曲线变化规律相似,在 $\theta_1 = 45°$ 附近角度区域,3 种温度对应的膨胀系数趋于相等。$T = 400$ K,500 K 最小负热膨胀系数对于的角度与 $T = 300$ K 一样,皆可将铺设角度取为 $(35/-35)_{3T}$ 与 $(55/-55)_{3T}$。此外,表 1 分别给出了不同铺设角度在不同温度下对于的热膨胀系数。表中除了 $(35/-35)_{3T}$ 与 $(55/-55)_{3T}$ 以外,还有 $(16/-16)_{3T}$ 与 $(74/-74)_{3T}$ 则可代表热胀系数接近零的角度。

表 1 层合结构对应负热膨胀系数/($10^{-5}K^{-1}$)

Tab. 1 Negative cofficients of thermal expansions for CNTRC laminates

T/K	$(16/-16)_{3T}$ & α_{11}^e					$(35/-35)_{3T}$ & α_{11}^e					$(55/-55)_{3T}$ & α_{22}^e					$(74/-74)_{3T}$ & α_{22}^e				
	UD	FG-V	FG-Λ	FG-X	FG-O	UD	FG-V	FG-Λ	FG-X	FG-O	UD	FG-V	FG-Λ	FG-X	FG-O	UD	FG-V	FG-Λ	FG-X	FG-O
300	0.00	-0.01	0.02	0.02	0.01	-0.72	-0.75	-0.65	-0.69	-0.70	-0.72	-0.75	-0.65	-0.69	-0.70	0.00	-0.01	0.02	0.02	0.01
400	0.06	0.05	0.07	0.06	0.06	-0.72	-0.74	-0.66	-0.69	-0.69	-0.72	-0.74	-0.66	-0.69	-0.69	0.06	0.05	0.07	0.06	0.06
500	0.07	0.06	0.09	0.08	0.08	-0.76	-0.79	-0.70	-0.74	-0.74	-0.76	-0.79	-0.70	-0.74	-0.74	0.07	0.06	0.09	0.08	0.08

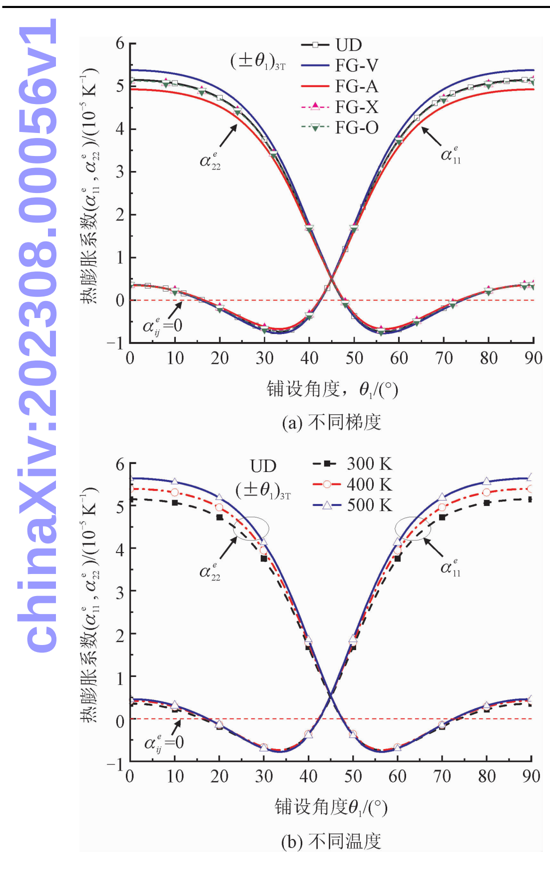


图 5 反对称角铺设层合结构等效热膨胀系数

Fig. 5 Effective thermal expansion coefficient for antisymmetric laminates

3 结 论

本研究以功能梯度碳纳米管增强复合材料结构为例,利用层合结构本构方程,考虑了拉伸、弯曲与剪切之间相互作用推导出等效热膨胀系数计算公式。该模型适用于任意构型的结构(对称与非对称)。同时,对特定厚度与分层的结构进行等效热膨胀系数计算,寻求使得结构整体呈现零、负热膨胀效应的铺设角度。设计案例采用了反对称角铺设构型。对比角度-热膨胀系数曲线发现,在 0° ~ 90°范围内膨胀系数变化趋势为先减小后增大并在一定角度范围内,即(16° ~ 42°)或(48° ~ 74°),呈现负热膨胀效应。通过筛选,确定了负热膨胀铺设角度,可取为 $(35/-35)_{3T}$ 与 $(55/-55)_{3T}$。同时,选取 UD 构型为例分别计算其不同温度下对应的热膨胀值。本研究以碳纳米管增强层合结构为例设计了具有热膨胀系数材料结构。这不仅可以拓展碳纳米管增强层合结构的用途也为提升构件热服役性能设计提供了新思路。

参考文献:

[1] GILLERY F H, BUSH E A. Thermal contraction of β-eucryptite-. (Li_2O. Al_2O_3. $2SiO_2$) by X-ray and dilatometer methods[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1959, 42(4): 175-177.

[2] SCHEEL K. Versuche ueber die ausdehnung fester koerper, insbesondere von quarz in richtung der hauptachse, platin, palladium und quarzglas bei der temperatur der fluessigen luft[J]. Verhandlungen deutsche physikalische gesellschaft, 1907, 9: 3-23.

[3] LIND C. Two decades of negative thermal expansion research: Where do we stand? [J]. Materials, 2012, 5(6): 1125-1154.

[4] DOVE M T, FANG H. Negative thermal expansion and associated anomalous physical properties: Review of the lattice dynamics theoretical foundation[J]. Reports on progress in physics, 2016, 79(6): 066503.

[5] SCHAPERY R A. Thermal expansion coefficients of composite ma-

terials based on energy principles[J]. Journal of composite materials,1968,2(3):380-404.

[6] KELLY A,MCCARTNEY L N,CLEGG W J,et al. Controlling thermal expansion to obtain negative expansivity using laminated composites[J]. Composites science and technology,2005,65(1):47-59.

[7] LIM T C. Coefficient of thermal expansion of stacked auxetic and negative thermal expansion laminates[J]. Physica status solidi (b),2011,248(1):140-147.

[8] ROMANOWICZ M. Prediction of elastic moduli of angle-ply laminates from various rhombohedral unit cells[J]. Mechanics of advanced materials and structures,2019,26(4):307-313.

[9] 邱雪琼,陈琳. 碳纤维增强复合材料层压板的热膨胀系数测量及理论计算方法[J]. 复合材料科学与工程,2021(7):28-32,104.

QIU Xueqiong,CHEN Lin. Test and theoretical method for coefficients of thermal expansion of carbon fiber reinforced composite laminate[J]. Composites science and engineering,2021(7):28-32,104(in Chinese).

[10] 李炎龙,谭方宁,熊小民,等. 智能材料热膨胀系数测量仪的设计[J]. 电子设计工程,2021,29(18):81-85.

LI Yanlong,TAN Fangning,XIONG Xiaomin,et al. Design of intelligent measuring instrument for thermal expansion coefficient of materials[J]. Electronic design engineering,2021,29(18):81-85(in Chinese).

[11] WEI K,PENG Y,WANG K Y,et al. Three dimensional lightweight lattice structures with large positive,zero and negative thermal expansion[J]. Composite structures,2018,188:287-296.

[12] 王帅,牛飞,牛斌. 方向性热膨胀系数可设计点阵结构均匀化性能分析[J]. 现代机械,2021(5):29-34.

WANG Shuai,NIU Fei,NIU Bin. Homogenization analysis of lattice structure with designable directional thermal expansion coefficient [J]. Modern machinery,2021(5):29-34(in Chinese).

[13] WEI K,PENG Y,QU Z L,et al. A cellular metastructure incorporating coupled negative thermal expansion and negative Poisson's ratio [J]. International journal of solids and structures,2018,150:255-267.

[14] ZHAO S Y,ZHANG Y Y,CHEN D,et al. Enhanced thermal buckling resistance of folded graphene reinforced nanocomposites with negative thermal expansion:From atomistic study to continuum mechanics modelling[J]. Composite structures,2022,279:114872.

[15] 赵志方,吴旭,张振宇,等. 碳纳米管增强堆石坝面板混凝土早龄期热膨胀系数研究[J]. 硅酸盐通报,2021,40(2):465-472,512.

ZHAO Zhifang,WU Xu,ZHANG Zhenyu,et al. Thermal expansion coefficient of carbon nanotubes reinforced face slab concrete of rockfill dam at early age[J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society,2021,40(2):465-472,512(in Chinese).

[16] 张淑文,张杰,王贵春. 碳纳米管水泥基材料的制备及其热膨胀系数研究[J]. 新型建筑材料,2019,46(5):41-45.

ZHANG Shuwen,ZHANG Jie,WANG Guichun. Preparation of carbon nanotube cement-based materials and study on their thermal expansion coefficient[J]. New building materials,2019,46(5):41-45(in Chinese).

[17] SHEN H S. Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments[J]. Composite structures,2009,91(1):9-19.

[18] 沈惠申. 功能梯度碳纳米管增强复合材料结构建模与分析研究进展[J]. 力学进展,2016,46(1):478-505.

SHEN Huishen. Modeling and analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite structures:A review[J]. Advances in mechanics,2016,46(1):478-505(in Chinese).

[19] 杨莎莎,沈承. 基于三维弹性理论的功能梯度梁在任意边界条件下的自由振动分析[J]. 应用力学学报,2021,38(6):2230-2235.

YANG Shasha,SHEN Cheng. Free vibration of functionally graded beams with arbitrary boundary conditions under thermal environment based on elasticity theory[J]. Chinese journal of applied mechanics,2021,38(6):2230-2235(in Chinese).

[20] 黄小林,董雷,钟德月,等. 弹性地基上含孔隙功能梯度材料板的自由振动和动力响应[J]. 应用力学学报,2021,38(1):402-408.

HUANG Xiaolin,DONG Lei,ZHONG Deyue,et al. Free vibration and dynamic response of porous functionally graded plates on elastic foundation[J]. Chinese journal of applied mechanics,2021,38(1):402-408(in Chinese).

[21] 黄小林,魏耿忠,刘思奇,等. 黏弹性地基上石墨烯增强功能梯度矩形板的自由振动和动力响应[J]. 应用力学学报,2021,38(3):1202-1208.

HUANG Xiaolin,WEI Gengzhong,LIU Siqi,et al. Free vibration and dynamic response of functionally graded graphene-reinforced rectangular plates on viscoelastic foundations[J]. Chinese journal of applied mechanics,2021,38(3):1202-1208(in Chinese).

[22] 肖笛,王忠民. 基于辛方法的功能梯度圆柱壳振动特性分析[J]. 应用力学学报,2019,36(3):704-710.

XIAO Di,WANG Zhongmin. Analysis of vibration characteristics of functionally graded cylindrical shells based on Symplectic method [J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(3):704-710 (in Chinese).

[23] SHEN H S,LI C,HUANG X H. Assessment of negative Poisson's ratio effect on the postbuckling of pressure-loaded FG-CNTRC laminated cylindrical shells[J]. Mechanics based design of structures

and machines,2023,51(4):1856-1880.

[24] MEHAR K,MISHRA P K,PANDA S K. Thermal buckling strength of smart nanotube-reinforced doubly curved hybrid composite panels [J]. Computers & mathematics with applications,2021,90:13-24.

[25] ANSARI R,TORABI J,HASSANI R. Thermal buckling analysis of temperature-dependent FG-CNTRC quadrilateral plates[J]. Computers & mathematics with applications,2019,77(5):1294-1311.

[26] SHEN H S,XIANG Y,REDDY J N. Assessment of the effect of negative Poisson's ratio on the thermal postbuckling of temperature dependent FG-GRMMC laminated cylindrical shells[J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2021, 376: 113664.

[27] YANG J,HUANG X H,SHEN H S. Nonlinear vibration of temperature-dependent FG-CNTRC laminated plates with negative Poisson's ratio[J]. Thin-walled structures,2020,148:106514.

[28] YANG J,HUANG X H,SHEN H S. Nonlinear vibration of temperature-dependent FG-CNTRC laminated beams with negative Poisson's ratio[J]. International journal of structural stability and dynamics,2020,20(4):2050043.

[29] HUANG X H,YANG J,WANG X E,et al. Combined analytical and numerical approach for auxetic FG-CNTRC plate subjected to a sudden load[J]. Engineering with computers,2022,38(1):55-70.

[30] DAT N D,THANH N V,MINHANH V,et al. Vibration and nonlinear dynamic analysis of sandwich FG-CNTRC plate with porous core layer[J]. Mechanics of advanced materials and structures, 2022,29(10):1431-1448.

[31] FAN Y,WANG Y Q. The effect of negative Poisson's ratio on the low-velocity impact response of an auxetic nanocomposite laminate beam[J]. International journal of mechanics and materials in design,2021,17(1):153-169.

[32] REDDY J N. Mechanics of laminated composite plates:Theory and analysis[M]. Boca Raton:CRC Press,1997.

[33] YANG J,HUANG X H,SHEN H S. Nonlinear flexural behavior of temperature-dependent FG-CNTRC laminated beams with negative Poisson's ratio resting on the Pasternak foundation[J]. Engineering structures,2020,207:110250.

附录 A

表 A1 具有赖温性的碳纳米管材料属性

Tab. A1 Temperature-dependent material properties for CNTRC

V_{CN}	T/K	E_{11}^{CN}/MPa	E_{22}^{CN}/MPa	G_{12}^{CN}/MPa	v_{12}^{CN}	$\alpha_{11}/(10^{-6}K^{-1})$	$a_{22}/(10^{-5}K^{-1})$
0.11	300	94 416.8	2 203.74	822.280	0.322	3.58	5.32
	400	120 385	2 297.68	857.330	0.317	3.55	5.15
	500	144 771	3 493.88	1 303.66	0.312	3.53	5.00
0.14	300	92 708.6	1 710.53	638.253	0.322	4.25	5.56
	400	118 328	1 783.46	665.460	0.317	4.23	5.39
	500	142 388	2 711.95	1 011.91	0.312	4.21	5.22
0.17	300	91 682.2	1 217.32	454.222	0.322	4.61	5.82
	400	117 144	1 269.22	473.586	0.317	4.59	5.64
	500	141 058	1 930.01	720.144	0.312	4.58	5.46

(编辑 史淑英)